

## Grafy II

1. Czy hiperkostka  $Q_n$  dla  $n \geq 1$  jest grafem dwudzielnym? Czy odpowiedź zależy od wymiaru hiperkostki?
2. Podaj przykład grafu, który spełnia warunek Orego, ale nie spełnia warunku Diraca.
3. Udowodnij, że każdy graf spełniający warunek Diraca spełnia warunek Orego.
4. Czy graf Petersena jest hamiltonowski?
5. Jaka jest najmniejsza liczba krawędzi, które należy usunąć z grafu Petersena, aby powstały graf był eulerowski?
6. Czy hiperkostka  $Q_n$ ,  $n \geq 2$ , jest grafem hamiltonowskim?
7. Czy hiperkostka  $Q_n$ ,  $n \geq 2$ , jest grafem eulerowskim?
8. Niech  $G$  będzie grafem rzędu  $2n+1$ ,  $n \geq 3$ , utworzonym z grafu dwudzielnego pełnego  $K_{n,n}$  poprzez rozdzielenie jednej krawędzi.
  - a) Ile jest cykli Hamiltona w grafie  $G$ ?
  - b) Dla nieparzystego  $n$ , jaka jest najmniejsza liczba krawędzi jaką trzeba dodać do  $G$ , aby powstały graf był eulerowski?
9. Narysuj wszystkie nieizomorficzne drzewa rzędu sześć.
10. Niech  $n \geq 5$  oraz  $C_n^2$  oznacza graf powstały z cyklu  $C_n$  przez dołączenie do niego krawędzi między wierzchołkami znajdującymi się w odległości dwa na cyklu  $C_n$ .
  - a) Czy graf  $C_n^2$  jest dwudzielnym? Uzasadnij.
  - b) Czy graf  $C_n^2$  ma drzewo spinające będące ścieżką?
  - c) Czy graf  $C_n^2$  ma drzewo spinające będące gwiazdą?